# 1 集合と要素

p.8~p.10は，数学Ⅰで扱う集合と同じ内容である。すでに学んだ人は，先に進んでもよい。

ねらい いろいろなものの集まりについて，その表し方や用語を学ぼう。

## 集合と要素

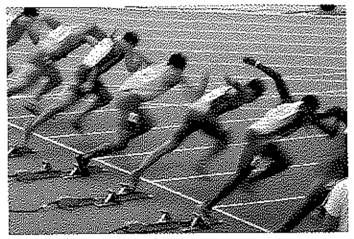
ある高校の生徒のうち

陸上競技部の生徒の集まり ……①

走るのが速い生徒の集まり ……②

を考えてみよう。

①は，属する生徒がはっきりわかるが，②は，属する生徒がはっきりとはわからない。



①のように，属するものがはっきりとわかるような数やものの集まりを **集合** という。

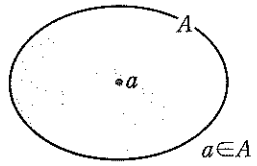
⇐②のような集まりは集合とはいわない。

たとえば，12 の約数の集まりは，1，2，3，4，6，12 の6つの数からなる集合である。

⇐正の約数を考える。

集合をつくっている1つ1つを，その集合の **要素** という。

集合は $A$，$B$，$C$ などの大文字を使って表し，$a$ が集合 $A$ の要素であることを $\boldsymbol{a \in A}$ と表す。




また，集合はその要素を{ }の中にかき並べて表す。

**例1** 集合の表し方

次の集合を，要素をかき並べて表してみよう。

(1) 8 の約数の集合 $A$

▶▶ $A=\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$

(2) $-1$ 以上 3 未満の整数の集合 $B$

⇐「3未満」は3を含まない。

▶▶ $B=\{-1,\ 0,\ 1,\ 2\}$

**問1** 次の集合を，要素をかき並べて表しなさい。

(1) 20 の約数の集合 $C$

(2) $-4$ 以上 2 未満の整数の集合 $D$

(3) 10 以下の素数の集合 $E$

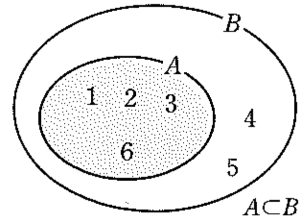


## 部分集合

2つの集合

$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 6\}$

$B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$




のように，集合 $A$ のすべての要素が集合 $B$ の要素になっているとき，$A$ は $B$ の **部分集合** であるといい，集合 $A$ と $B$ の関係を $\boldsymbol{A \subset B}$ と表す。

⇐集合 $A$ は集合 $B$ に含まれる。

**例2** 部分集合

集合 $P=\{2,\ 4\}$，$Q=\{3,\ 6\}$，$R=\{3,\ 4,\ 5\}$ のうち，$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ の部分集合であるものは $P$ と $R$ だから，$P\subset A$，$R\subset A$ である。

⇐$Q$ の要素6は，$A$ の要素ではない。

**問2** 集合 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$ の部分集合を次の集合から選び，記号 $\subset$ を使って表しなさい。

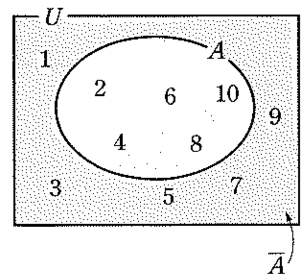
$P=\{1,\ 5,\ 6,\ 7\}$，$Q=\{2,\ 4,\ 6\}$，$R=\{1,\ 12\}$

## 全体集合と補集合

集合 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$ の要素のうち，$A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$ の要素でないものの集合は

$\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$

である。このとき，あらかじめ定めておく集合 $U$ を **全体集合** という。また，全体集合の要素の中で，集合 $A$ に属さないすべての要素の集合を $A$ の **補集合** といい，$\overline{A}$ で表す。

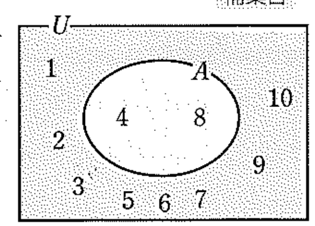



上の例では，$\overline{A}=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$ である。

**例3** 補集合

10 以下の自然数の集合を全体集合とし，4 の倍数の集合を $A$ とするとき，$A$ の補集合 $\overline{A}$ を，要素をかき並べて表してみよう。

▶▶ $\overline{A}=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 9,\ 10\}$




**問3** 10 以下の自然数の集合を全体集合とし，3 の倍数の集合を $A$ とするとき，$A$ の補集合 $\overline{A}$ を，要素をかき並べて表しなさい。

### 共通部分と和集合

2つの集合 $A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$，$B=\{4,\ 5,\ 6\}$ について，

$A$ と $B$ の両方に属している数の集合は

$\{4,\ 6\}$ ------①

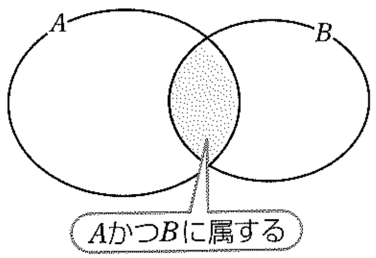
$A$ または $B$ に属している数の集合は

$\{2,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8,\ 10\}$ ------②

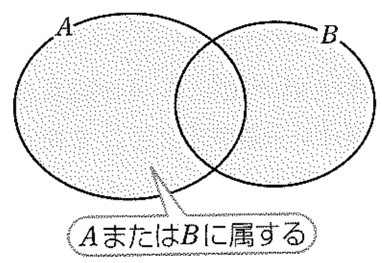
①のように，2つの集合 $A$，$B$ の両方に属している要素全体の集合を $A$ と $B$ の **共通部分** といい，$A\cap B$ で表す。

②のように，2つの集合 $A$，$B$ のどちらか一方，あるいは両方に属している要素全体の集合を $A$ と $B$ の **和集合** といい，$A\cup B$ で表す。

共通部分　$A\cap B$




和集合　$A\cup B$



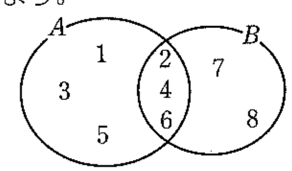

**例 4**　$A\cap B$ と $A\cup B$

次の集合 $A$，$B$ について，$A\cap B$ と $A\cup B$ を求めてみよう。

$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$，$B=\{2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 8\}$

▶▶ $A\cap B=\{2,\ 4,\ 6\}$

$A\cup B=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$




**問 4**　次の集合 $A$，$B$ について，$A\cap B$ と $A\cup B$ を求めなさい。

(1) $A=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$，$B=\{2,\ 3,\ 5,\ 8\}$

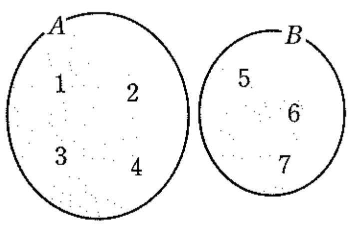
(2) $A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12\}$，$B=\{4,\ 8,\ 12\}$

### 空集合

2つの集合 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$，$B=\{5,\ 6,\ 7\}$ では，$A$，$B$ の両方に属している要素はない。すなわち，共通部分 $A\cap B$ には要素がない。

このように，要素がない場合も集合と考え，その集合を **空集合** といい，$\varnothing$ で表す。

上の例では，$A\cap B=\varnothing$ と表される。




$A\cap B=\phi$



## 2　集合の要素の個数

ねらい　集合に属する要素の個数について学ぼう。

集合 $A$ の要素の個数を $\boldsymbol{n(A)}$ で表す。

**例 5**　集合の要素の個数

20の約数の集合を $A$ とするとき，$n(A)$ を求めてみよう。

▶▶ $A=\{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 10,\ 20\}$　⬅ $A$ の要素の個数は6個

よって　$n(A)=6$

**問 5**　30の約数の集合を $A$ とするとき，$n(A)$ を求めなさい。

### 補集合の要素の個数

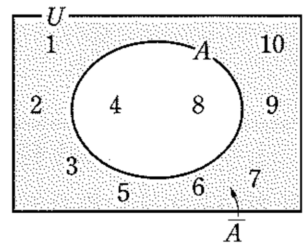
10以下の自然数の集合を全体集合とし，4の倍数の集合を $A$ とすると

$A=\{4,\ 8\}$ だから　$n(A)=2$

$\overline{A}=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 9,\ 10\}$ だから $n(\overline{A})=8$

全体集合を $U$ とすると　$n(U)=10$

よって　$n(\overline{A})=n(U)-n(A)$　⬅ $8=10-2$




一般に，補集合の要素の個数について，次のことが成り立つ。

**補集合の要素の個数**

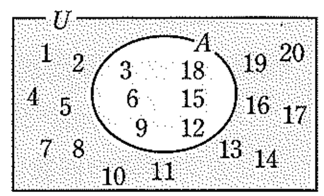
$$n(\overline{A})=n(U)-n(A)$$

**例 6**　補集合の要素の個数

20以下の自然数の集合を全体集合とし，3の倍数の集合を $A$ とするとき，$n(\overline{A})$ を求めてみよう。

▶▶ $n(U)=20$，$n(A)=6$

よって　$n(\overline{A})=n(U)-n(A)=20-6=14$




**問 6**　30以下の自然数の集合を全体集合とし，5の倍数の集合を $A$ とするとき，$n(\overline{A})$ を求めなさい。

## 和集合の要素の個数

あるクラスの生徒について，通学に利用する乗り物を調べたところ，次のようであった。

電車を利用する生徒　　16 人

バスを利用する生徒　　11 人

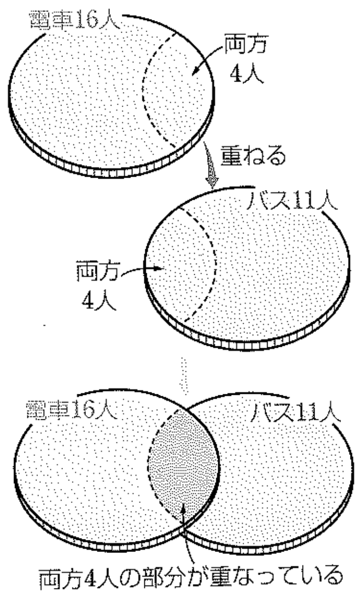
両方を利用する生徒　　4 人

電車とバスの両方を利用する生徒 4 人は，電車を利用する生徒 16 人とバスを利用する生徒 11 人のどちらにもかぞえられているから，電車またはバスを利用する生徒の数は次の式で求められる。

$\boxed{\text{電車またはバス}} = \boxed{\text{電車}} + \boxed{\text{バス}} - \boxed{\text{両方}}$

$\Downarrow \quad \Downarrow \quad \Downarrow$

$16 + 11 - 4 = 23$（人）




⇑「電車またはバスを利用する生徒」の集合は「電車を利用する生徒」の集合と「バスを利用する生徒」の集合の和集合

上の例で，電車を利用する生徒の集合を $A$，バスを利用する生徒の集合を $B$ とすると

$n(A) = 16, \quad n(B) = 11$

$n(A \cap B) = 4, \quad n(A \cup B) = 23$

よって，次の関係が成り立つ。

$$\boxed{n(A \cup B)} = \boxed{n(A)} + \boxed{n(B)} - \boxed{n(A \cap B)}$$

$$\Downarrow \qquad \Downarrow \qquad \Downarrow \qquad \Downarrow$$

$$23 = 16 + 11 - 4$$

一般に，和集合の要素の個数について，次のことが成り立つ。

> **和集合の要素の個数**
>
> **2 つの集合 $A$，$B$ とその共通部分 $A \cap B$，和集合 $A \cup B$ の要素の個数について**
>
> $$\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}$$

⇐ $A \cap B = \varnothing$ のとき $n(A \cap B) = 0$ だから $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$



**例題 1**　和集合の要素の個数

20 以下の自然数の集合を全体集合とし，

2 の倍数の集合を $A$，3 の倍数の集合を $B$

とするとき，$n(A \cup B)$ を求めなさい。

**解答**

$A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12,\ 14,\ 16,\ 18,\ 20\}$

$B = \{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18\}$ だから

$A \cap B = \{6,\ 12,\ 18\}$

よって　$n(A) = 10$

$n(B) = 6$

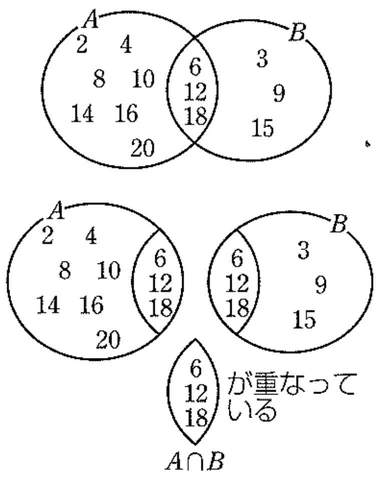
$n(A \cap B) = 3$

したがって，和集合 $A \cup B$ の要素の個数は

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$= 10 + 6 - 3$

$= \mathbf{13}$　答




⇑ $A \cup B$ は，2 の倍数または 3 の倍数の集合

**問 7**　30 以下の自然数の集合を全体集合とし，

3 の倍数の集合を $A$，5 の倍数の集合を $B$

とするとき，$n(A \cup B)$ を求めなさい。

**問 8**　あるクラスの生徒について調査したところ，夏休みに

海へ行った生徒は 25 人

山へ行った生徒は 17 人

海と山の両方へ行った生徒は 10 人

であった。海または山へ行った生徒は何人いるか求めなさい。